

多重トレリス符号化変調を用いた不均一誤り保護符号システム

- 第3報 2RING型信号点配置の理論解析 -

山崎 悟史[†] David K. Asano[†]

[†]信州大学大学院 工学系研究科 〒380-8553 長野市若里 4-17-1

E-mail: [†]{t07a688, david}@cs.shinshu-u.ac.jp

あらまし どの情報にも均一な誤り訂正を施すのではなく、重要度に応じた誤り訂正を施し、より重要な情報を他より保護する不均一誤り保護符号 (UEP) システムを提案する。具体的には、2つの異なる信号点を持つ符号を情報の重要度に応じて切り替え、トレリス符号化変調を用いて不均一誤り保護特性を実現する。本報では、2RING型信号点配置の理論解析を中心に提案方式の特徴を示す。計算機シミュレーションによって、AWGN 通信路における特性評価を行い提案方式の有効性を示した。

キーワード 不均一誤り保護符号, 多重トレリス符号化変調, 時分割多重化, シリアルデータ処理, RING型信号点配置

Unequal Error Correcting Code System Using Multilevel Trellis Coded Modulation - The Third Report (Theoretical Analysis of Two Ring Signal Constellation) -

Satoshi YAMAZAKI[†] David K ASANO[†]

[†] Department of Information Engineering, Shinshu University Nagano-shi, 380-8553 Japan

E-mail: [†]{t07a688, david}@cs.shinshu-u.ac.jp

Abstract Higher reliability and performance can be achieved over a system using uniform error protection for all information by varying the error correction according to the degree of importance of the information. To achieve unequal error protection, the proposed scheme encodes the data by randomly switching between two codes which use different signal constellations. In this paper we propose a theoretical analysis of the Two Ring Constellation. The effectiveness of the system in an AWGN channel was shown using computer simulations.

Keyword Unequal Error Protection (UEP), Trellis-Coded Modulation (TCM), Serial Data Stream, Two Ring Signal Constellation

1. まえがき

従来、情報伝送システムにおいて、送信情報に等しい誤り率特性を与えて伝送を行っている。この場合、伝送路にて何らかの障害によって S/N 比が所要値以下に落ちると、伝送するデータに許容できない誤り率が発生し、システム全体の伝送品質が大きく劣化してしまう問題がある。そのような場合、送信側で情報ビットをいくつかのグループに分割し、各グループに対して異なる符号化 (階層符号化) して送信すれば、受信が一遍に断たれず、階層的に品質を落としながらも通信することが可能となる。また、送信情報は部位に応じて異なる重要度を要する場合がある。データビットをフレーム構造にして伝送する場合のユニークワードは、検出を誤ると引き続く受信データにバースト状の誤りが発生するという理由から、他の伝送ビットよりも重要度を高くする必要がある。以上より、送信情報に対して全て均一な誤り訂正を施すのではなく、重

要な情報により高い誤り訂正を施す不均一誤り保護符号 (UEP) 特性を有する情報伝送システムを提案する。

そこで我々[†]は、トレリス符号化変調を用いた UEP システムを検討してきた[1-5]。まず、AWGN 環境下において、提案システムの有効性を確認した[1,2]。次に、移動体通信環境での利用を想定して、周波数非選択性 / 仰上・ライスフェージング環境下における特性評価を行った[3]。さらに、周波数選択性 / レイリーフェージング補償対策として、線形適応等化器を提案し有効性を示した[4,5]。しかし、それらは計算機シミュレーションによる定量的評価が主体になっており、理論的検討が課題となっていた。そこで本報では、提案方式にて用いる 2RING 型信号点配置の理論解析を中心に行い、提案方式の有効性を示す。

以下、2. において提案方式の特徴を述べ、3.、4. において提案方式の理論解析を行い、5. において計算機シミュレーションによる特性評価を行う。6. において結論と課題を述べる。

2. 提案方式

2.1. システム構成

提案方式のシステム構成，特徴に対して，送信側，通信路，受信側に分けて述べる．

(A) 送信側

重要度を 2 レベルと想定した，提案方式のシステム構成を Fig.1 に示す．情報源から 0 と 1 のランダムビット列が送信され，重要度は N ビット毎に変化するものとし，0 と 1 の生起確率は等しく $1/2$ とする．送信されたビットは，判定器にて重要度が高いか低いか判定される．提案方式では従来方式同様，符号化変調の時分割多重化方式[8,9]を用いている．しかし，従来方式では，データ列に重要度を示す冗長情報を付加し，その情報をもとにパラレルなデータ処理を行っているのに対して，提案方式では，付加情報を付けずスイッチを用いてシリアルなデータ処理を実現する．それらの相違を Fig.2 に示す．シリアルなデータ処理を実現する目的は，ATM や MPLS など移動体通信での利用や人間同士の知的通信への応用[11,12]を想定しているためである．提案方式では冗長情報を考慮しないため，そのビット誤りに対する考慮をしなくてよく，本来の情報データに対する伝送レートを落とさずにすむ．しかし，復号する際にどの符号器で処理されたか推定しなければならないが，受信信号から符号器推定を判定するアルゴリズムを考案した(2.2 で詳述)．このように，重要度が判定されたデータはスイッチにより，処理される符号器が決まる．そして，重要度に応じて異なる信号点配置をもつ符号を用意し，トレリス符号化変調を用いて符号化と信号点へのマッピングを同時に行う．Fig.3 に示すように，重要度が高い場合には，信号点距離を大きくとり誤りから強く保護する．さらに，重要度に応じて異なる符号化率を与え，重要度に応じて不均一誤り特性を生み出す．”多重”符号化とは，重要度を示す符号に対して異なる符号化を行うという意味である．提案方式で重要度 2 レベルの場合，重要度高の符号は符号化するが，重要度低の符号は符号化しない．振幅が異なる 2 つの QPSK の位相を $1/4$ ずらした信号点配置を用いる．信号点間距離が大きい方が，信号点を誤る確率が低くなるため，外側の信号点は重要度を高く，内側の信号点は重要度を低く割り当てる．(3.1 で詳述)．トレリス符号化変調を用いることによって，符号化により送信ビット数が増大するが，その分，変調多値数を増大させ，帯域幅を不変に保ったまま，復調における高い信頼度が期待できる．各符号器にて処理されたデータは，入力同様スイッチを用いて N ビット毎に通信路に送信される．

(B) 通信路

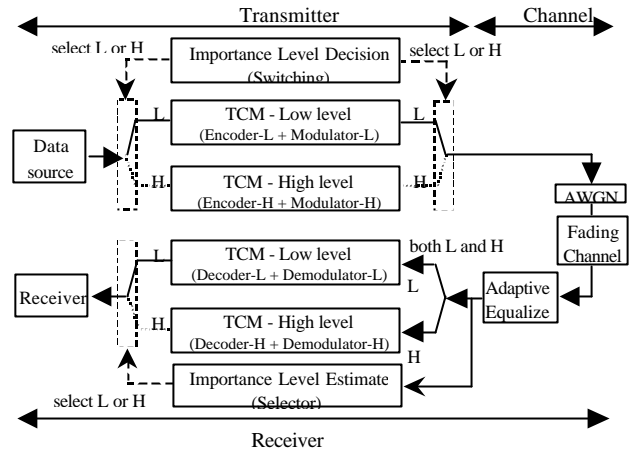
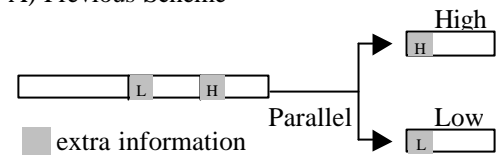


Fig.1 提案方式

A) Previous Scheme



B) Proposed Scheme

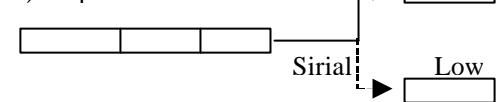


Fig.2 従来方式と提案方式のデータ処理の相違

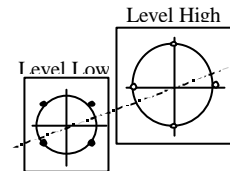


Fig.3 重要度に応じた信号点配置と多重符号化

従来の UEP のシステムの多くは，AWGN 通信路における評価が示されており[7-9]，フェージング環境による評価は少ない[13]．しかし提案方式では，移動体通信環境での利用を想定し，フェージング通信路を考慮する．

(C) 受信側

フェージング補償対策として装置の小型化の実現を想定し，適応等化器を導入する[4,5]．同一通信路が受信した信号は，重要度に関わらず全ての復号器，出力データを選択器に送信される．符号化されたデータは，トレリス線図にもとづいてビタビ復号される．また，この流れと同時に，選択器にて符号器推定処理を行う(2.2 で詳述)．そこで推定された結果をもとに，復号データを決定し，出力データとする．このように，受信時に符号器推定処理を行い選択器決定するより，処理スループットの向上が期待できる．

2.2. 符号器推定のアルゴリズム

受信した信号と各信号点との最小距離を算出し、その最小距離をなす信号点番号を決定し、どのレベルの重要度をもつ送信信号つまりどの符号で処理されたのか推定する。この符号器推定処理を符号器切替速度 N ビット毎に行う。詳細は文献[5]にて述べている。

2.3. 仮定したシステム条件

提案方式で仮定したシステム条件として、通信システムの評価という観点から、重要度の意味については触れない。つまり、重要度が高いとは、他の部位よりも重要に扱われるべきビット列 N と解釈する。

3. 信号点配置に関する理論解析

3.1. 最適信号点配置

2.1 で述べたように、重要度に応じた信号点配置を用意し、重要度2レベルを実現するために、エネルギーの異なった2重のQPSKを配置することを考える。それは多数存在するが、異種信号点間の最小距離が全て $2A$ を満たす配置は、Fig.4 に示す4通りである。ただし、Fig.4 には信号点座標 (A_{mc}, A_{ms}) を距離 A で正規化している。全ての信号点が等確率で生起する場合、平均送信電力 P_{av} は、式(1)となる：

$$P_{av} = \frac{A^2}{M} \sum_{m=1}^M (a_{mc}^2 + a_{ms}^2) \quad (1)$$

式(1)を用いて、各信号点配置の平均送信電力の計算結果を Table1 に示す。これより、(d)の信号点配置を用いることによって、(a)、(c)と比べて約 1[dB]、(b)と比べて約 1.6[dB]を少ない電力を用いて同一の誤り率が達成できる。よってこの場合、(d)が最適配置といえる。以降、振幅が異なる2つのQPSKの位相を $/4$ ずらした信号点配置を”2RING 型信号点配置”と呼び、本提案方式の信号点配置として採用する。

以降、2RING 型信号点配置について解析する。諸量を Fig.5 のように定義する。Fig.5 より明らかに $d_H > d_L$ であるから、式(2)を満たす b が存在する：

$$\begin{aligned} d_L &= b d_H \\ 0 &\leq b < 1 \end{aligned} \quad (2)$$

さらに、 d_C と d_H を関連づけるため、式(3)を満たす g を導入する：

$$d_H = g d_C \quad (3)$$

ここで、内円と外円の幾何学的関係より、 b と g は独立した値をとれず、式(4)の関係を満たす：

[導出過程は付録(B)参照]

$$g^2 = \frac{2}{b^2 - \sqrt{2b + 1}} \quad (4)$$

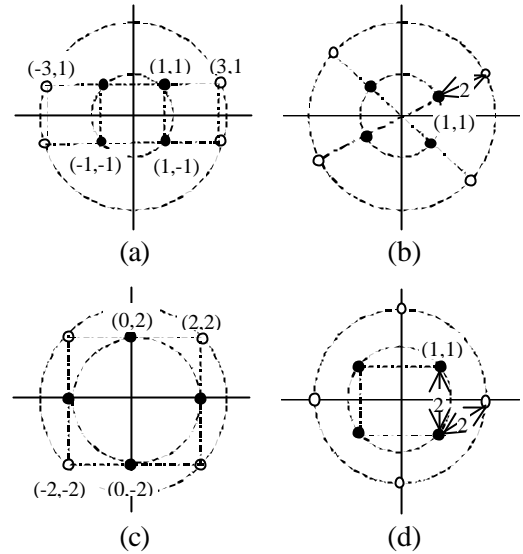


Fig.4 信号点配置の候補

| Constellation | Average energy |
|---------------|----------------|
| (a) | $6A^2$ |
| (b) | $6.83A^2$ |
| (c) | $6A^2$ |
| (d) | $4.73A^2$ |

Table1 平均送信電力の計算結果

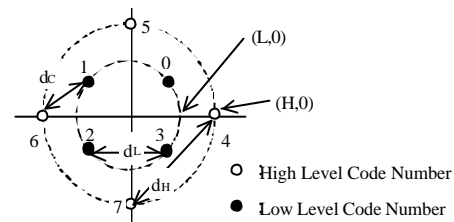


Fig.5 解析モデル (2RING 型信号点配置)

3.2. 最適リング比

2RING 型信号点配置の最適配置 (Fig.4 (d)) における最適リング比 r_{opt} を求める。ここで、リング比 r は外円と内円の比であり、式(5)で定義できる：

$$\begin{aligned} r &= \frac{L}{H} \\ 0 &\leq r < 1 \end{aligned} \quad (5)$$

Fig.4 (d) より、 $d_L = d_C$ を満たす最適リング比 r_{opt} は、 $r_{opt} = 0.5176$ となる。[導出過程は付録(A)参照]

3.3. 信号点配置と誤り率

各送信信号は異なるエネルギーを有する。平均送信エネルギーは、SNR (信号対雑音比) を計算する為に用いられ、信号点総数 K とすると式(6)で定義される：

$$\bar{E} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K E_i \quad (6)$$

2RING 型信号点配置の場合、平均送信電力は式(7)となる：

[導出過程は付録(B) 参照]

$$\bar{E} = \left[\frac{1+b^2}{2(b^2 - \sqrt{2}b+1)} \right] d_c^2 \quad (7)$$

式(7)より，平均エネルギー当りの信号点距離（異種符号間）の2乗が式(8)となる：

$$\frac{d_c^2}{E} = \left[\frac{2(b^2 - \sqrt{2}b+1)}{1+b^2} \right] \quad (8)$$

同様に，平均エネルギー当りの信号点距離（重要度高間）の2乗が式(9)となる：

$$\frac{d_H^2}{E} = \left[-\frac{2b^2}{b^2 - \sqrt{2}b+1} \right] \frac{d_c^2}{E} + 4 \quad (9)$$

式(8)，(9)より， d_c^2/\bar{E} 対 d_H^2/\bar{E} の特性を考える．

$b=1$ の時： $(0.5858, 2)$ ， $b=0$ の時： $(2, 4)$ であり， b が大きくなれば，両方とも値が大きくなり，誤り率が低くなる．

3.2. 符号判定誤り率の理論的近似式の導出

ガウス近似を用いて，絶対同期検波を想定した2RING 信号点配置における符号判定誤り率の理論的近似式を導く[導出過程は付録(C)参照]．Fig.5にて，重要度低の信号点2が送信された場合， $x > d_c/2$ となる確率，つまり符号判定誤り率は，式(10)となる：

$$P(x > \frac{d_c}{2}) = \sqrt{\frac{p-2}{4pN}} \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{Nd_c^2 \bar{E}}{4N_0}} - \sqrt{\frac{N}{p}} \right] \quad (10)$$

4. 不均一誤り符号に関する理論解析

提案 UEP システムの特性は，信号点配置と重要度高，低として用いる符号に影響する．前者については前節3. で述べた．本節では後者について述べる．

4.1. 最小自乗ユークリッド距離の算出

2.1 にて述べたように，重要度高の符号に対して符号化率 1/2 でトレリス符号化変調を行う．QPSK に対する4状態トレリス符号化を Fig.6 に示す．例えば，状態 s_0 のとき，情報が0の場合信号点4が送信される．この符号を用いると，最小自由距離は経路 A ($s_0 \ s_0 \ s_0$) と経路 B ($s_0 \ s_1 \ s_2 \ s_0$) の経路の差に相当する．前者の送信信号点は，4, 4, 4 で，後者のそれは，6, 5, 6 になるので，前者と後者間の最小平均自乗ユークリッド距離は式(11)と算出できる：

$$d_{\min}^2 = d^2(4,6) + d^2(4,5) + d^2(4,6) \quad (11)$$

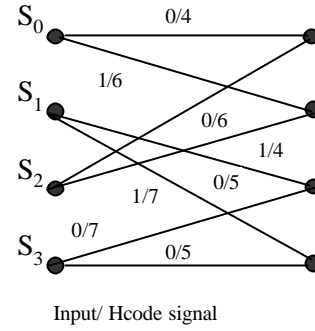


Fig.6 符号化率 1/2 の4状態トレリス符号

4.2. 符号化漸近利得の検討

非符号化に対する符号化の改善度として符号化漸近利得を検討する．それは式(12)で定義される：

$$G = \frac{(d_{\min}^2/\bar{E})_{\text{coded}}}{(d_{\min}^2/\bar{E})_{\text{uncoded}}} \quad (12)$$

比較対象である非符号化変調方式として BPSK を用いる．この場合，式(12)の分母値は4となる．重要度高の符号化漸近利得は，式(11)の結果を式(12)に代入して式(13)となる．一方，重要度低のそれは，符号化しないため $d_{\min}^2 = d_L^2$ であり，式(14)となる．

$$G_{\text{High}} = 10 \log \left(\frac{5}{1+b^2} \right) \text{db} \quad (13)$$

$$G_{\text{Low}} = 10 \log \left(\frac{b^2}{1+b^2} \right) \text{db} \quad (14)$$

UEP システム全体の情報速度は 1.5 (bit/T)となり，非符号化 BPSK のそれが 1 (bit/T)なので，符号化利得として約 1.8 [dB]の改善利得を得る．

4.3. 符号化と情報速度のトレードオフ

重要度高のデータは符号化率 1/2 で符号化するが，重要度低のデータは符号化しない．よって，重要度高の場合は情報速度 1 (bit/T)だが，重要度低の場合は情報速度 2 (bit/T)となる．つまり，重要度高は重要度低と比べて誤りから保護されるが，情報速度はその 1/2 と劣る．以上より，符号化（保護の度合い）と情報速度のトレードオフが存在する．

5. 計算機シミュレーション

提案方式を評価するために，計算機シミュレーションを行う．尚，通信路として，AWGN（加法性白色雑音）通信路を想定する．尚，各符号器での誤りと符号判定の誤りが互いに独立なものとして，両者のビット誤り率を測定した．

5.1. E/N_0 対 各符号におけるビット誤り率

$b=0.5, 0.7071$ に対して, E/N_0 対各符号におけるビット誤り率を Fig.7 に示す. 比較のため, 均一誤り符号化 QPSK, 無符号化 BPSK も示す. 主な結果を以下に示す.

- (1) 提案する UEP システムを用いて, 重要度に応じた誤り保護を受けることを示せた. つまり, 重要度高のデータは, 均一に誤り保護した場合より, 高い誤り保護を受け, 逆に重要度低のデータは, 保護が劣ることを示せた.
- (2) b の値が大きいく程, 重要度高のデータは強く保護されるが, 重要度低のデータは保護が劣る.

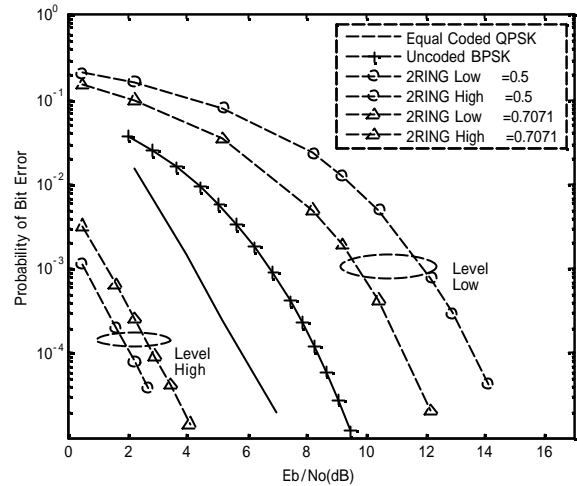


Fig.7 E/N_0 対 各符号におけるビット誤り率

5.2. E/N_0 対 符号判定ビット誤り率

$(b, N)=(0.7071, 1), (0.7071, 10), (0.7071, 30), (0.5, 30), (0.25, 30)$ の組み合わせに対して, E/N_0 対符号判定ビット誤り率を Fig.8 に示す. 理論近似値は, 3.2 にて導いた 式(10) を用いた. 主な結果を以下に示す.

- (1) ガウス近似を用いて導いた近似的理論式と考案したアルゴリズムによるシミュレーション結果とがおおむね一致していることから, 両者の妥当性が確認できた.
- (2) b が一定の場合, 符号器切替速度 N が大きくなるにつれて, 特性が良くなる. これは N が大きくなれば, 送信データに対して重要度の切り替えが頻繁に行われないうちに起因する結果と思われる.
- (3) 符号器切替速度 N が一定の場合, b が小さくなるにつれて, 特性が良くなる. これは b が小さくなれば, 異なる重要度の符号間距離が大きくなり, 符号判定が誤りにくくなることに起因する結果と思われる.

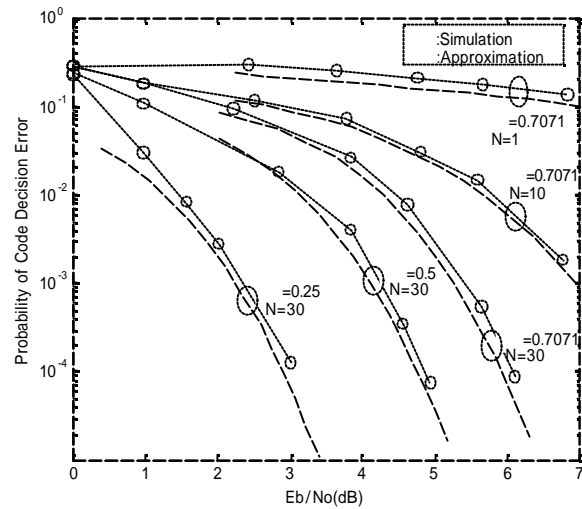


Fig.8 E/N_0 対 符号判定ビット誤り率

6. むすび

- (1) 2つの異なる信号点を持つ符号を情報の重要度に応じて切り替え, トレリス符号化変調を用いた不均一誤り保護符号システムを提案した.
- (2) 2RING 型信号点配置, トレリス符号に基づいた不均一誤り符号に関する理論的解析を行った.
- (3) 計算機シミュレーションによって, AWGN 通信路において, 各符号ならびに符号判定のビット誤り率を評価し, 提案方式の有効性を示した.

今後の課題は, 包絡線検波を想定した符号誤り率の近似的理論式の導出, 周波数選択性レイリーフェージング補償対策として判定帰還形適応等化器を用いた場合の特性評価, TRAP 型信号点配置の理論解析などを行い, 提案方式の総合的評価を検討する.

[付録]

付録(A) 最適リング比の導出

Fig.6(d)より $d_L^2 = d_c^2$, 式(5)から ,

$$\begin{aligned} \{2L\sin(\mathbf{p}/4)\}^2 &= \{H\sin(\mathbf{p}/4)\}^2 + \{H\sin(\mathbf{p}/4) - L\}^2 \\ \therefore \left(\frac{L}{H}\right)^2 &= 1 - \sqrt{2}\left(\frac{L}{H}\right) \\ \therefore r^2 + \sqrt{2}r - 1 &= 0 \end{aligned}$$

$0 \leq r < 1$ より $r_{opt} = 0.5176$ と求まる .

付録(B) 平均送信エネルギー, と の関係式の導出

2RING 型信号点配置における送信平均エネルギーは, 次式となる :

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d_L}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{d_H}{\sqrt{2}} \right)^2 \right]$$

式(4)を代入して ,

$$\bar{E} = \frac{1}{4} (1 + b^2) d_H^2 \quad (B.1)$$

内円と外円の幾何学的関係より , 次式を得る :

$$d_c^2 = \left(\frac{d_L}{2} \right)^2 + \left(\frac{d_H}{\sqrt{2}} - \frac{d_L}{2} \right)^2$$

式(4)を代入して ,

$$d_c^2 = \frac{1}{2} (b^2 - \sqrt{2}b + 1) d_H^2 \quad (B.2)$$

式(B.1)と(B.2)より , 次式を得る :

$$\bar{E} = \left[\frac{1 + b^2}{2(b^2 - \sqrt{2}b + 1)} \right] d_c^2 \quad (7)$$

$$g^2 = \frac{2}{b^2 - \sqrt{2}b + 1} \quad (4)$$

付録(C) 符号判定誤り率の理論的近似式の導出

Fig.7 にて , 重要度低の信号点 2 が送信された場合 , 重要度低 , 重要度高の各平均は次式となる :

$$\mathbf{m}_L = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N n_k^2 \quad (C.1)$$

$$\mathbf{m}_H = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (d_c - |n_k|)^2 \quad (C.2)$$

$\mathbf{m}_L > \mathbf{m}_H$ の時 , 符号判定誤りが発生するので , それは , 式(C.1) , (C.2)より以下と同値である :

$$\begin{aligned} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [n_k^2 - (d_c - |n_k|)^2] &> 0 \\ \therefore \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |n_k| &> \frac{d_c}{2} \end{aligned} \quad (C.3)$$

n_k は平均値 0 のガウスランダム変数と仮定すると , $|n_k|$ の確率密度関数は , 片側ガウス密度関数の 2 倍と

なる :

$$f_{|n|}(x) = \frac{2}{\sqrt{2ps^2}} \exp\left[-\frac{x^2}{2s^2}\right], x \geq 0 \quad (C.4)$$

$|n_k|$ の平均と分散は次式で与えられる :

$$\begin{aligned} E[|n|] &= \sqrt{\frac{2s^2}{p}} \\ \text{Var}[|n|] &= s^2 \left[1 - \frac{2}{p} \right] \end{aligned}$$

中心極限定理を用いて , $|n_k|/N$ がガウス分布で近似すると , 式(C.3)の確率はガウス密度関数を $d_c/2$ から ∞ まで積分して , 次式を得る :

$$P(x > \frac{d_c}{2}) = \sqrt{\frac{p-2}{4pN}} \text{erfc} \left[\sqrt{\frac{Nd_c^2 \bar{E}}{4N_0}} - \sqrt{\frac{N}{p}} \right] \quad (10)$$

文 献

- [1] David K. Asano and Ryuji Kohno, "Serial Unequal Error-Protection Codes based on Trellis-Coded Modulation", *IEEE Trans. on Commun.* vol.45, pp633-636, June 1997.
- [2] David K. Asano and Ryuji Kohno, "A TCM-based Unequal Error-Protection Scheme for intelligent Communication", ISITA '96, pp472-475, Sept.1996.
- [3] 山崎 悟史, David K Asano, "フェージング通信路における不均一誤り保護符号に関する基本特性", 信学技報, RCS2007-85, pp. 31-36, 2007.10.19
- [4] 山崎 悟史, David K Asano, "フェージング通信路における不均一誤り保護符号に関する基本特性 -第 2 報-", 信学技報, SAT2008-1, pp. 1-6, 2008.5.27
- [5] S.Yamazaki and D.K.Asano, "A Serial Unequal Error Protection Code System using Trellis Coded Modulation and an Adaptive Equalizer for Fading Channels", Proc. of the 14th Asia-Pacific Conference on Communications, Tokyo, Japan, Oct. 14-16, 2008.
- [6] Andrea Goldsmith, *Wireless Communications*, Cambridge Univ Pr, 2005
- [7] H.Imai and S.Hirakawa, "A new multilevel coding method using error correcting codes", *IEEE Trans. Inform. Theory*, pp. 371-377, May. 1977.
- [8] L. -F. Wei, "Coded modulation with unequal error protection", *IEEE Trans. Commun*, vol. 41, pp. 1439-1449, Oct. 1993.
- [9] A. R. Calderbank and N. Seshadri, "Multilevel codes for unequal error protection", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 39, pp. 1234-1248, July. 1993.
- [10] T.Sasaki, R.Kohno and H.Imai, "An error controlling scheme based on different importance of segments of a natural language", *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E75-A, pp. 1076-1086, Sept. 1992.
- [11] T.Sasaki, R.Kohno and H.Imai, "Variable error controlling schemes for intelligent error controlling systems", *IEICE Trans. Fundamentals*, vol. E77-A, pp. 1281-1288, Aug. 1994.
- [12] N. Seshadri and C. -E. W. Sundberg, "Multilevel trellis coded modulations for the Rayleigh fading channel", *IEEE Trans. Commun.*, pp.1300-10, September 1993.